5) a) $\forall n \in \mathbb{N}$; $v_{n+1} = \dfrac{u_{n+1} - \sqrt{3}}{u_{n+1} + \sqrt{3}}$

$$= \frac{\frac{2u_n+3}{2+u_n} - \sqrt{3}}{\frac{2u_n+3}{2+u_n} + \sqrt{3}}$$

$$= \frac{2u_n + 3 - \sqrt{3}(2+u_n)}{2u_n + 3 + \sqrt{3}(2+u_n)}$$

$$= \frac{2u_n + 3 - 2\sqrt{3} - \sqrt{3}u_n}{2u_n + 3 + 2\sqrt{3} + \sqrt{3}u_n}$$

$$= \frac{u_n(2-\sqrt{3}) - \sqrt{3}(2-\sqrt{3})}{u_n(2+\sqrt{3}) + \sqrt{3}(\sqrt{3}+2)}$$

$$= \frac{(2-\sqrt{3})(u_n - \sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})(u_n + \sqrt{3})}$$

b) $\forall n \in \mathbb{N}$; $v_{n+1} = \dfrac{(2-\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})} \times \underbrace{\left(\dfrac{u_n - \sqrt{3}}{u_n + \sqrt{3}}\right)}_{v_n}$

$$= \frac{(2-\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} \times v_n$$

$$= (2-\sqrt{3})^2 v_n$$

$\Rightarrow$ (v_n) est une suite géométrique de raison $(2-\sqrt{3})^2$